

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – osnovna škola

24. veljače 2026.

AKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA ZADATKA, POVJERENSTVO TREBA I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

Zadatak OŠ-6.1.

Riješi jednadžbu

$$\frac{\frac{\frac{1}{2}x - 6}{3} - x + 7}{\frac{4}{5}} + x - 8 = -8.$$

Prvo rješenje.

Danu jednadžbu možemo zapisati i ovako:

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) - x + 7 \right) + x - 8 \right) = -8.$$

Jednadžbu najprije množimo s 5, a zatim dodamo 8

$$\frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) - x + 7 \right) + x - 8 = -40, \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) - x + 7 \right) + x = -32. \quad 1 \text{ bod}$$

Sada množimo s 4

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) - x + 7 + 4x = -128, \quad 1 \text{ bod}$$

i sredimo

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) + 3x + 7 = -128. \quad 1 \text{ bod}$$

Zatim oduzmemo 7, pomnožimo s 3 i dodamo 6

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) + 3x = -135, \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{2}x - 6 + 9x = -405, \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{2}x + 9x = -399, \quad 1 \text{ bod}$$

pomnožimo s 2

$$x + 18x = -798, \quad 1 \text{ bod}$$

te konačno dobivamo $19x = -798$

1 bod

odnosno $x = -42$.

1 bod

Drugo rješenje.

Danu jednadžbu možemo zapisati i ovako:

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) - x + 7 \right) + x - 8 \right) = -8.$$

Množenjem redom dobivamo

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{6}x - 2 - x + 7 \right) + x - 8 \right) = -8 \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{24}x - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{7}{4} + x - 8 \right) = -8 \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{120}x - \frac{1}{10} - \frac{1}{20}x + \frac{7}{20} + \frac{1}{5}x - \frac{8}{5} = -8 \quad 1 \text{ bod}$$

Nakon toga jednadžbu sređujemo:

$$\left(\frac{1}{120} - \frac{1}{20} + \frac{1}{5} \right) x = -8 + \frac{1}{10} - \frac{7}{20} + \frac{8}{5}. \quad 1 \text{ bod}$$

Zbog

$$\frac{1}{120} - \frac{1}{20} + \frac{1}{5} = \frac{1 - 6 + 24}{120} = \frac{19}{120} \quad 2 \text{ boda}$$

i

$$-8 + \frac{1}{10} - \frac{7}{20} + \frac{8}{5} = \frac{-160 + 2 - 7 + 32}{20} = \frac{133}{20} \quad 2 \text{ boda}$$

jednadžba je ekvivalentna s

$$\frac{19}{120}x = -\frac{133}{20} \quad 1 \text{ bod}$$

te konačno slijedi $x = -42$.

1 bod

Treće rješenje.

Danu jednadžbu možemo zapisati i ovako:

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}x - 6 \right) - x + 7 \right) + x - 8 \right) = -8.$$

Množenjem i sređivanjem izraza na lijevoj strani redom dobivamo

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{6}x - 2 - x + 7 \right) + x - 8 \right) = -8 \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} \left(-\frac{5}{6}x + 5 \right) + x - 8 \right) = -8 \quad 2 \text{ boda}$$

$$\frac{1}{5} \left(-\frac{5}{24}x + \frac{5}{4} + x - 8 \right) = -8 \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{19}{24}x - \frac{27}{4} \right) = -8 \quad 2 \text{ boda}$$

$$\frac{19}{120}x - \frac{27}{20} = -8. \quad 1 \text{ bod}$$

Dalje dobivamo

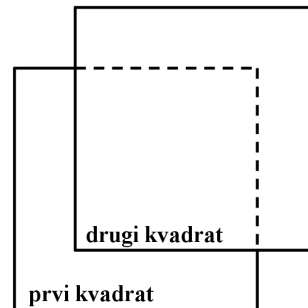
$$\frac{19}{120}x = -8 + \frac{27}{20}$$

$$\frac{19}{120}x = -\frac{133}{20}$$

i konačno $x = -42$.

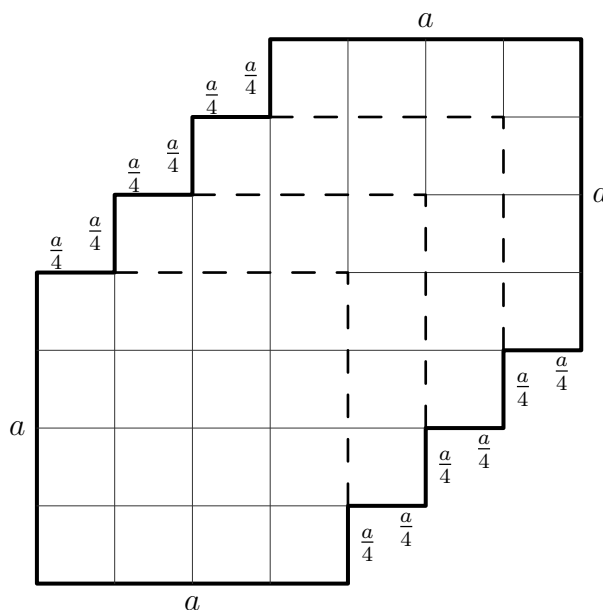
Zadatak OŠ-6.2.

Četiri jednaka papira oblika kvadrata raspoređena su u niz tako da se djelomično preklapaju, a sve su im stranice međusobno usporedne ili okomite. Svaki je sljedeći kvadrat pomaknut u odnosu na prethodni za četvrtinu duljine stranice kvadrata udesno i za isto toliko prema gore (vidi sliku). Sva četiri papira zajedno tvore lik čiji je opseg za 132 cm veći od opsega jednog kvadrata. Kolika je površina tako dobivenog lika?



Prvo rješenje.

Neka je duljina stranice kvadrata a . Nakon svih lijepljenja nastaje lik kao na slici.



1 bod

Opseg (duljina ruba) tog lika iznosi $4 \cdot a + 12 \cdot \frac{a}{4} = 7a$.

Kako je opseg lika za 132 cm veći od opsega jednog kvadrata, vrijedi $7a = 4a + 132$, te je $3a = 132$, $a = 44$ cm.

Lik je podijeljen na kvadrate sa stranicom duljine $\frac{1}{4}a = 11$ cm.

Takvih je kvadrata 37.

Površina jednog takvog kvadrata je $11 \cdot 11$, tj. 121 cm^2 ,

pa je površina lika $37 \cdot 121$, tj. 4477 cm^2 .

Napomena: Učenik može dobiveni lik nadopuniti do kvadrata sa stranicom duljine 77 cm te od površine tog kvadrata, 5929 cm^2 (1 bod), oduzeti 12 površina kvadrata sa stranicom duljine 11 cm, $12 \cdot 121 = 1452 \text{ cm}^2$ (2 boda).

Konačno, $5929 - 1452 = 4477 \text{ cm}^2$ (1 bod).

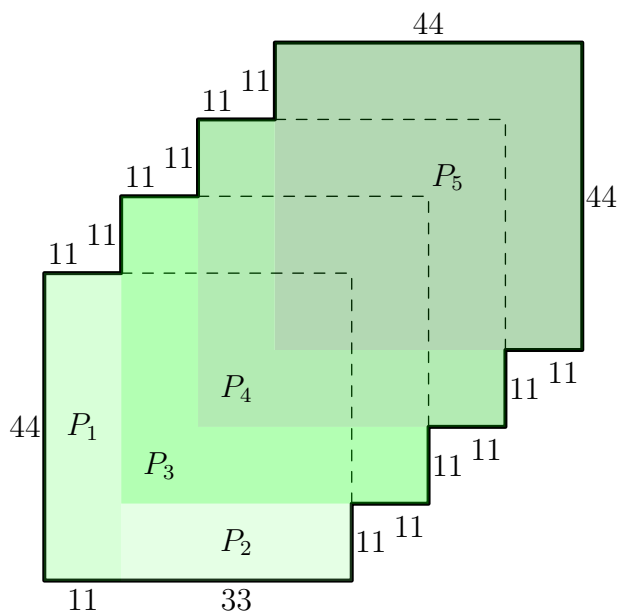
Drugo rješenje.

Duljinu stranice (44 cm) jednog kvadrata odredimo kao u prvom rješenju.

5 bodova

Podijelimo lik na pet dijelova kojima znamo izračunati površine, kao na slici (sve mjere su u centimetrima).

1 bod



Vrijedi $P_1 = 11 \cdot 44 = 484 \text{ cm}^2$ i $P_2 = 11 \cdot 33 = 363 \text{ cm}^2$,

1 bod

pa je $P_1 + P_2 = P_3 = P_4 = 484 + 363 = 847 \text{ cm}^2$,

1 bod

te vrijedi $P_5 = 44 \cdot 44 = 1936 \text{ cm}^2$.

1 bod

Površina lika jednaka je $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 3 \cdot 847 + 1936 = 4477 \text{ cm}^2$.

1 bod

Zadatak OŠ-6.3.

Odredi dva prirodna broja čiji je zbroj 108, najveći zajednički djelitelj 12, a najmanji zajednički višekratnik 240.

Prvo rješenje.

Neka su a i b traženi prirodni brojevi. Budući da je najveći zajednički djelitelj $D(a, b)$ različit od najmanjeg zajedničkog višekratnika $V(a, b)$ zaključujemo da su a i b različiti brojevi. Pretpostavimo da vrijedi $a < b$. Nadalje, vrijedi

$$D(a, b) = 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3,$$

$$V(a, b) = 240 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5.$$

2 boda

Kako je $D(a, b) = 12$, brojevi a i b su oblika

$$a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x,$$

$$b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot y,$$

pri čemu su x i y različiti djelitelji broja $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ i vrijedi $x \cdot y = 1$. 3 boda

Kako je $a < b$, onda je i $x < y$. Brojevi x i y moraju biti relativno prosti, umnožak im je 12, pa su jedine mogućnosti $(x, y) = (1, 12)$ i $(x, y) = (3, 4)$. 2 boda

Za $(x, y) = (1, 12)$ dobivamo da je $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 = 12$ i $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 12 = 144$. Za $(x, y) = (3, 4)$ dobivamo da je $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$ i $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 48$. 2 boda

Prema uvjetu zadatka mora vrijediti da je $a + b = 156$.

Traženi prirodni brojevi su 36 i 48. 1 bod

Drugo rješenje.

Za prirodne brojeve a i b vrijedi da je njihov umnožak jednak umnošku njihovog najvećeg zajedničkog djelitelja $D(a, b)$ i njihovog najmanjeg zajedničkog višekratnika $V(a, b)$, tj. $a \cdot b = D(a, b) \cdot V(a, b)$. 1 bod

Neka su traženi brojevi a i b . Prema uvjetima zadatka je $a \cdot b = 12 \cdot 240$. 1 bod

Rastavimo li umnožak $a \cdot b$ na proste faktore dobit ćemo $a \cdot b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. 1 bod

Uočimo da je jedan od traženih brojeva djeljiv s 5 jer se u rastavu umnoška $a \cdot b$ pojavljuje jedan faktor 5. Neka je to broj a . 2 boda

Kako je $D(a, b) = 12$, oba su broja djeljiva i s 12. Brojevi 5 i 12 su relativno prosti pa je broj a djeljiv sa 60. 2 boda

Ako je $a = 60$, tada je $b = 48$ jer je, prema uvjetu zadatka, $a + b = 108$. Za brojeve a koji su veći od 60, zbroj $a + b$ je veći od 108. 2 boda

Slijedi da su traženi prirodni brojevi 48 i 60. 1 bod

Napomena: Ako učenik iz rastava umnoška $a \cdot b$ na proste faktore odredi točno rješenje, a ne obrazloži postupak i ne pokaže da je to jedino rješenje (tj. da od ukupno 21 para djelitelja broja 2880 samo par brojeva 48 i 60 zadovoljava uvjete zadatka), može mu se dodijeliti najviše 5 bodova.

Napomena: Učenik može zaključiti da su brojevi a i b djeljivi s 12 jer je njihov najveći zajednički djelitelj jednak 12 (2 boda) te promatrati parove brojeva (x, y) za koje vrijedi $12x + 12y = 108$ (3 boda) i računati najmanji zajednički višekratnik tako dobivenih parova brojeva (a, b) . Mogući parovi su $(12, 96)$, $(24, 84)$, $(36, 72)$, $(48, 60)$ (4 boda). Posljednji bod (1 bod) učeniku se dodjeljuje ako zaključi da samo par $(48, 60)$ zadovoljava uvjete zadatka.

Zadatak OŠ-6.4.

Strijelac gađa metu. Za svaki pogodak u središte mete dobiva 9 bodova, za ostale pogotke u metu dobiva 5 bodova, a za svaki mu se promašaj oduzimaju 3 boda. Kako je imao loš dan, nakon 16 hitaca postigao je ukupno 0 bodova. Koliko je puta strijelac pogodio u središte mete, a koliko je puta promašio metu?

Prvo rješenje.

Neka je s broj pogodaka u središte mete, m broj pogodaka u ostale dijelove mete i p broj promašaja, pri čemu je $s, m, p \in \mathbb{N}_0$ i $s + m + p = 16$.

Vrijedi $9s + 5m - 3p = 0$.

1 bod

Kako je izraz $3p - 9s$ djeljiv je s 3, iz $5m = 3p - 9s$ zaključujemo da $5m$ mora biti djeljivo s 3, odnosno m mora biti djeljiv s 3.

2 boda

Odredimo moguće trojke (m, s, p) brojeva tako da u izraz $3p = 9s + 5m$ uvrštavamo brojeve m djeljive s 3 i promatramo moguće vrijednosti za s i p . U zadnjem stupcu provjeravamo vrijedi li $s + m + p = 16$.

m	$3p = 9s + 5m$	s	p	broj hitaca u seriji $s + m + p$
0	$p = 3s$	0	0	0
		1	3	4
		2	6	8
		3	9	12
		4	12	16
		5	15	20
3	$p = 3s + 5$	0	5	8
		1	8	12
		2	11	16
		3	14	20
6	$p = 3s + 10$	0	10	16
		1	13	20
9	$p = 3s + 15$	0	15	24

6 bodova

Za $m \geq 9$, zbroj $s + m + p$ će biti veći od 16, a to nije moguće

1 bod

Dobili smo tri mogućnosti koje zadovoljavaju uvjete zadatka. U prvoj je broj pogodaka u središte mete 4, a broj promašaja 12, u drugoj 2 i 11, a u trećoj 0 i 10.

Napomena: Učenik predviđenih 6 bodova za tablicu dobiva ako je sustavnim promatranjem trojki (m, s, p) odredio one za koje vrijede uvjeti zadatka. U pristupu koji je prikazan po 2 boda se dodjeljuje za razmatranje svih mogućnosti u svakom od slučajeva $m = 0$, $m = 3$ i $m = 6$.

Drugo rješenje.

Neka je s broj pogodaka u središte mete, m broj pogodaka u ostale dijelove mete i p broj promašaja, pri čemu je $s, m, p \in \mathbb{N}_0$ i $s + m + p = 16$. Vrijedi $9s + 5m - 3p = 0$. 1 bod

Iz $s + m + p = 16$ slijedi da je $3s + 3m + 3p = 48$, odnosno $3p = 48 - 3s - 3m$. Kako je $9s + 5m = 3p$, vrijedi $9s + 5m = 48 - 3s - 3m$, odnosno $12s + 8m = 48$, tj. $3s + 2m = 12$. 1 bod

Broj 12 djeljiv je s 3 i zapisan je kao zbroj pribrojnika $3s$ i $2m$. Budući da je pribrojnik $3s$ sigurno djeljiv s 3, tada i $2m$ mora biti djeljiv s 3, odnosno m mora biti djeljiv s 3. 1 bod

Uvrštavamo brojeve m djeljive s 3, te iz $3s + 2m = 12$ i $p = 16 - s - m$ određujemo brojeve s i p . 3 boda

1) Za $m = 0$ je $3s = 12$, pa je $s = 4$ i $p = 12$. 1 bod

2) Za $m = 3$ je $3s = 6$, pa je $s = 2$ i $p = 11$. 1 bod

3) Za $m = 6$ je $3s = 0$, pa je $s = 0$ i $p = 10$. 1 bod

Uočimo da će za $m > 6$ broj s biti negativan, a to nije moguće. 1 bod

Dobili smo tri mogućnosti koje zadovoljavaju uvjete zadatka. U prvoj je broj pogodaka u središte mete 4, a broj promašaja 12, u drugoj 2 i 11, a u trećoj 0 i 10.

Treće rješenje.

Neka je s broj pogodaka u središte mete, m broj pogodaka u ostale dijelove mete i p broj promašaja, pri čemu je $s, m, p \in \mathbb{N}_0$ i $s + m + p = 16$. Vrijedi $9s + 5m - 3p = 0$. 1 bod

Iz $s + m + p = 16$ slijedi da je $5s + 5m + 5p = 80$, odnosno $5m = 80 - 5s - 5p$. Kako je $5m = 3p - 9s$, tada vrijedi $3p - 9s = 80 - 5s - 5p$, odnosno $8p - 4s = 80$ tj. $2p - 20 = s$. 2 boda

Zaključujemo da broj s mora biti paran broj. 1 bod

Uvrštavamo parne brojeve s u izraz $2p - s = 20$, te određujemo p . 2 boda

1) Za $s = 0$ je $2p = 20$, pa je $p = 10$. 1 bod

2) Za $s = 2$ je $2p = 22$, pa je $p = 11$. 1 bod

3) Za $s = 4$ je $2p = 24$, pa je $p = 12$. 1 bod

U svakoj od dobivenih mogućnosti m možemo izračunati iz $m = 16 - s - p$.

Uočimo da će za $s > 4$ biti $s + p > 16$, a to nije moguće. 1 bod

Dobili smo tri mogućnosti koje zadovoljavaju uvjete zadatka. U prvoj je broj pogodaka u središte mete 4, a broj promašaja 12, u drugoj 2 i 11, a u trećoj 0 i 10.

Zadatak OŠ-6.5.

U svako polje tablice s dva retka i tri stupca treba upisati po jedan broj. Brojeve 10, 13, 17 i 20 treba upisati u tablicu po jednom, a broj 18 dvaput. Na koliko se različitih načina to može napraviti tako da zbroj brojeva u oba retka bude paran?

Prvo rješenje.

Kako bi zbroj bio paran ili neparan nije bitno koji su pribrojnici, već jesu li oni parni ili neparni.

1 bod

Među brojevima koje upisujemo u tablicu dva su broja neparna, a četiri parna. Zbroj u oba retka bit će paran ako se u retku ne pojavljuje neparan broj (sva tri su parna) ili su u retku oba neparna broja.

1 bod

Parne (P) i neparne (N) brojeve u tablicu je, prema uvjetima zadatka, moguće rasporediti na sljedećih 6 načina.

N	N	P
P	P	P

N	P	N
P	P	P

P	N	N
P	P	P

P	P	P
N	N	P

P	P	P
N	P	N

P	P	P
P	N	N

2 boda

U svakom od tih šest rasporeda različite parne brojeve moguće je upisati na $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ načina, ali zbog toga što se broj 18 pojavljuje dvaput, ima $24 : 2 = 12$ načina.

3 boda

Neparne brojeve možemo upisati na 2 načina.

1 bod

Konačno, zadane je brojeve moguće u tablicu upisati na $6 \cdot 12 \cdot 2 = 144$ različitih načina.

2 boda

Drugo rješenje.

Kao u prvom rješenju zaključujemo da neparni brojevi moraju biti u istom retku.

2 boda

Upišimo neparne brojeve 13 i 17 u isti redak. Redak je moguće odabrati na 2 načina. U odabranom retku te brojeve možemo razmjestiti na $3 \cdot 2 = 6$ načina.

2 boda

Treći broj u tom odabranom retku je neki od preostalih. Promotrimo dva slučaja.

Prvi slučaj. Ako u redak s brojevima 13 i 17 upišemo broj 18, onda u preostalom retku brojeve 10, 18 i 20 možemo rasporediti na $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ načina.

2 boda

Drugi slučaj. Ako u redak s brojevima 13 i 17 ne upišemo broj 18, tada moramo upisati jedan od brojeva 10 ili 20, tj. broj koji upisujemo možemo odabrati na 2 načina. Tada u preostali redak moramo upisati jedan od brojeva 10 i 20 koji već nismo upisali. To možemo učiniti na 3 načina. U svako od preostala dva polja upisujemo broj 18.

2 boda

Tada je ukupan broj mogućnosti jednak: $2 \cdot 6 \cdot (6 + 2 \cdot 3) = 144$.

2 boda

Treće rješenje.

Kao u prvom rješenju zaključujemo da neparni brojevi moraju biti u istom retku. 2 boda

Najprije u tablicu upisujemo prvi neparan broj na 6 načina. Za drugi neparan broj polje u istom retku možemo odabrati na 2 načina. 2 boda

Zatim upisujemo parne brojeve različite od 18 za što imamo $4 \cdot 3 = 12$ načina. 2 boda

Na kraju u preostala dva polja još upisujemo dva broja 18 na jedan način. 2 boda

Ukupan broj načina je $6 \cdot 2 \cdot 12 = 144$. 2 boda

Četvrto rješenje.

Kao u prvom rješenju zaključujemo da neparni brojevi moraju biti u istom retku. 2 boda

Najprije u tablicu upisujemo dva broja 18 i promatramo dva slučaja.

Ako oba broja upisujemo u isti redak, polja u koja ih upisujemo možemo odabrati na 6 načina. 1 bod

Ako brojeve upisujemo u različite retke, polja u koja ih upisujemo možemo odabrati na 9 načina. 1 bod

Nakon toga upisujemo preostale brojeve. U prvom slučaju u retku s brojevima 18 mora biti još jedan paran broj, možemo ga odabrati na 2 načina, pa dobivamo 12 načina. 2 boda

U drugom slučaju moramo rasporediti brojeve 13 i 17 te 10 i 20 u različite retke što daje 8 različitih načina. 2 boda

Ukupan broj načina je $6 \cdot 12 + 9 \cdot 8 = 144$. 2 boda

Napomena: Ako učenik, zanemarujući uvjet da se broj 18 pojavljuje dvaput, kao konačan broj različitih načina rasporeda dobije 288 umjesto 144 dodjeljuje mu se najviše 6 bodova.